Guía de Aritmética Para CTBR

Secretario General
Co. Ing. Francisco Hernández Juárez
Secretaria de Instrucción, Formación e Investigación Sindical.
Ca. Ing. Nancy Viviana Petlacalco Rendón
Pro-Secretario de Instrucción, Formación e Investigación Sindical.
Co. Ing. Víctor Sánchez Martínez.

Agradecimientos

Al Co. Francisco Hernández Juárez por el apoyo para fortalecer el desarrollo de los aspirantes y así poder ingresar a ser parte de nuestras filas sindicales.

Agradecemos también a los Compañeros:

Ca. Ing. Nancy Viviana Petlacalco Rendón; Secretaria de Instrucción, Formación e Investigación Sindical y Co. Ing. Víctor Sánchez Martínez; Pro-Secretario de Instrucción, Formación e Investigación Sindical; por las facilidades para desarrollar esta guía de estudio, y así lograr ser un apoyo para los profesores y aspirantes en general.

Objetivos

Este material fue echo primordialmente bajo los siguientes objetivos:

1. Fundamentos matemáticos: La aritmética es la base de las matemáticas y proporciona los fundamentos necesarios para comprender conceptos matemáticos más avanzados. Estudiar aritmética te ayuda a desarrollar una sólida base matemática.
2. Habilidades prácticas: La aritmética es esencial en la vida diaria para realizar cálculos simples, como sumar, restar, multiplicar y dividir. Mejorar tus habilidades aritméticas te ayudará a resolver problemas cotidianos con mayor facilidad.
3. Preparación para matemáticas avanzadas: Si planeas estudiar matemáticas más avanzadas, como álgebra, geometría o cálculo, es importante tener un buen dominio de la aritmética, ya que muchos conceptos se basan en ella.
4. Desarrollo de habilidades de resolución de problemas: Estudiar aritmética te enseña a abordar y resolver problemas matemáticos de manera sistemática, lo que desarrolla tus habilidades de resolución de problemas en general.

Como estudiar.

Estudiar aritmética implica aprender y practicar una variedad de conceptos y habilidades matemáticas. Aquí tienes una guía paso a paso sobre cómo estudiar aritmética de manera efectiva:

1. **Comprende los conceptos básicos:**

   Familiarízate con los conceptos fundamentales de la aritmética, como la suma, la resta, la multiplicación y la división. Asegúrate de entender cómo funcionan estas operaciones.

2. **Divide el contenido:**

   Divide el estudio de la aritmética en secciones o capítulos más pequeños para abordar un tema a la vez. Esto facilitará la asimilación de la información.

3. **Crea un horario de estudio:**

   Establece un horario regular de estudio que se adapte a tu disponibilidad. La consistencia es clave para el éxito en el aprendizaje de las matemáticas.

4. **Aprende de fuentes múltiples:**

   Utiliza varios recursos para aprender. Además de tu libro de texto, busca tutoriales en línea, videos educativos y ejemplos de problemas resueltos.

5. **Toma notas:**

   Mientras estudias, toma notas de los conceptos clave y los pasos para resolver problemas. Esto te ayudará a repasar y recordar la información más tarde.

6. **Practica regularmente:**

   La práctica es esencial en aritmética. Resuelve una variedad de problemas relacionados con el tema que estás estudiando. Comienza con problemas simples y avanza gradualmente a ejercicios más complicados.

7. **Verifica tus respuestas:**

   Después de resolver un problema, verifica tus respuestas utilizando las soluciones proporcionadas en el libro de texto o recursos en línea. Asegúrate de comprender cómo se llegó a la respuesta correcta.

8. **Haz ejercicios adicionales:**

   Encuentra ejercicios adicionales que no estén en tu libro de texto y practica con ellos. Cuantos más problemas resuelvas, mejor será tu comprensión y tu habilidad para aplicar los conceptos.

Temario

- Números enteros
  - Suma
  - Resta
  - Multiplicación/Producto
  - División/Cociente
- Problemas de números enteros
  - Directa
  - Indirecta
  - Compuesta
- Tanto por ciento

Números enteros

- Operaciones Aritméticas.

Una de las bases del estudio de la aritmética es el resolver operaciones con números enteros, a lo cual usamos la suma y resta en un inicio, para después dar un paso a la multiplicación y división, y finalmente la potenciación y radicación.

De inicio resolveremos operaciones con las 4 primeras, tomando en cuenta que cada operación de estas tiene cierta jerarquía para ir resolviendo como se muestra en la siguiente tabla.

Jerarquía de operaciones	
Exponentes y radicales	$2^5, 3^3, \sqrt{9}, \ldots$
Multiplicación y división	$4 \times 9, 27 \div 3, 12 \div 4, \ldots$
Suma y restas	$18 + 5, 21 - 20, \ldots$

Cabe mencionar que otros textos darán mayor peso a ciertas operaciones; pero al resolver los ejercicios en esta guía, y posteriormente los demás que encuentre el aspirante en los libros de esta materia, le será conveniente ir resolviendo en el orden en el que vayan apareciendo, de izquierda a derecha, dichas operaciones con misma jerarquía.

Sumas y restas de números enteros.

Empezando con la suma y resta, las operaciones básicas de la aritmética, tendremos la opción de resolver una por una las operaciones que vayamos encontrando o, la opción viable será el agrupar las sumas por un lado y las restas por otro, y al final poder hacer una resta con los valores obtenidos.

Ejemplos:

- $3 + 2 - 4 + 1 = 5 - 5 = 0$

- $7 - 3 + 6 - 2 + 8 = 7 + 6 + 8 - 3 - 2 = \quad 21 - 5 = \quad 16$

- $32 - 19 + 43 - 18 + 35 - 53 = \quad 32 + 43 + 35 - 19 - 18 - 53 = \quad 110 - 90 = 20$

Números enteros

Una manera de ver el por qué las restas se suman cuando se agrupan, es debido a que se está haciendo más grande un valor que va en la misma dirección. Un ejemplo de esto es cuando vamos comprando varios productos y al final hacemos la suma de nuestra deuda.

Signos de agrupación (paréntesis)

En estos ejercicios varemos que aparecen signos de agrupación que pueden ser paréntesis, llaves y/o corchetes, los cuales van a encerrar ciertas cantidades que van a estar operando. En estos casos están agrupando ciertos valores, los cuales tendremos que resolver primero para posteriormente llevar a cabo las demás operaciones que nos muestre el ejercicio.

- $60-(8+7+5)=60-20=40$
- $(5+6)+7(+8=)\quad 11+15=26$
- $(14+5)-6(+4+3+6)-4(+2=)\quad 19-5+4=18$

Aquí debemos considerar que el valor que obtengamos dentro del paréntesis va a realizar la suma o resta que se indica, y que esta antes de este mismo.

Otros signos de agrupación

Como se mencionó antes, hay otros signos de agrupación además de los paréntesis y estos pueden encerrar a otros; por eso mismo, es conveniente empezar a resolver de adentro hacia afuera para así encontrar cual es el valor que encierran cada uno de estos y realizar la suma o resta correspondiente.

- $40+[25-3(+2)]=40+[25-5]=40+25-5=40+20=60$
- $(150-5)-14\{+9-(6+3)\}=(150-5)-14\{+6=150-(5-14+6)\}$
  $145-20=125$
- $8+\{9-6[-5-(4)]\}+14-11\{-7-[3-2()]\}$

$$8+\{9-\{6-1\}\}+14-\{11-7-1\}]$$

$$8+\{9-\{6-1\}\}+14-\{11-7-1\}]$$

$$8[+9-5]+14-11\{-6\}$$

$$8[+9-5]+14-11\{-6\}$$

$$8+4+14-5=21$$

Números enteros

En estos ejercicios podremos ver que no existe jerarquía entre estos signos de agrupación, solo se recomienda empezar por aquel que este lo más adentro de otro u otros.

Producto con sumas y restas

Cuando ya encontramos en las operaciones el producto, empezamos a utilizar la jerarquía de que son estos las primeras operaciones a realizar, antes que cualquier suma y/o resta.

- $9+2\times3=9+6=15$
- $9+6\times4-5=9+24-5=28$
- $49-3\times2\times5+8-4\times2=49-30+8-8=19$

Vemos en estos problemas, que después de realizar la multiplicación nos quedan operaciones de suma y resta, así que seguimos los criterios del inicio.

Producto con signos de agrupación

Al igual que vimos con los primeros ejercicios de signos de agrupación, en estos los volvemos a encontrar pero ya tomando en cuenta al producto, así que al ver las operaciones dentro de estos mismos signos de agrupación usamos dicha jerarquía para resolver primero la multiplicación.

$$
\begin{aligned}
800+\{20-3\times4+5[18-(6-1\times3)+5-(2\times4)]\}\\
800+\{20-3\times4+5[18-5\times3+3\times4]\}\\
800+\{20-3\times4+5[18-5\times3+3\times4]\}\\
800+\{20-3\times4+5[18-15+12]\}\\
800+\{20-3\times4+5[18-15+12]\}\\
800+\{20-3\times4+5\times15\}\\
800+\{20-3\times4+5\times15\}\\
800+\{20-12+75\}\\
800+\{20-12+75\}\\
800+83=883
\end{aligned}
$$

Números enteros

Cabe recalcar que, en este tipo de operaciones, cuando un valor está pegado a estos signos de agrupación significa que está realizando una multiplicación con el número que dé como resultado de todo lo que haya adentro.

Cociente con el producto, suma y resta

Como última operación a tratar por el momento, tenemos al cociente o división que tiene el mismo peso que la multiplicación a la hora de realizar operaciones, así que la manera de decidir qué operación se llevara a cabo primero, en caso de encontrarse juntas, será aquella que aparezca antes al ir recorriendo de izquierda a derecha.

- $12 \div 4 \times 3 + 5 = 3 \times 3 + 5 = 3 \times 3 + 5 = 9 + 5 = 14$
- $5 \times 6 \div 2 \times 4 \div 2 \times 7 = 30 \div 2 \times 4 \div 2 \times 7 = 15 \times 4 \div 2 \times 7 = 60 \div 2 \times 7$
  $30 \times 7 = 210$
- $50 + 15 \div 5 \times 3 - 9 \div 3 \times 4 + 6 \times 4 \div 6 = 50 + 3 \times 3 - 3 \times 4 + 24 \div 6$
  $50 + 9 - 12 + 4 = 51$

En estos problemas vamos a apoyarnos de las sumas y restas como nuestros para ver donde inicia y terminan nuestras operaciones de multiplicación y/o división mezcladas.

Cociente con signos de agrupación

Al igual que en las operaciones del producto con signos de agrupación, tomaremos estos últimos como la prioridad a la hora de resolver tomando en cuenta las reglas mencionadas anteriormente.

- $(15 + 20) \div 5 = 35 \div 5 = 7$
- $(9 + 6 \div 3) \div 4 + 8 - 2(4 \div 3 - 5) - 3 \div (2 \quad)$
  $12 \div 4 + 6 \div 3 - 2 \div 2$
  $12 \div 4 + 6 \div 3 - 2 \div 2$
  $3 + 2 - 1 = 4$
- $(9 - 6) \div 3 + 15(3 \div 7) - 3(+ 9 \div 3) \quad (\quad)$
  $3 \div 3 + 12 \div 4 + 3$
  $3 \div 3 + 12 \div 4 + 3$
  $1 + 3 + 3 = 7$

Se recomienda tener mucho cuidado a la hora de aplicar todas estas reglas ya que al no llevarlas a cabo pueden generar resultados erróneos, como el caso de obtener valores negativos o incluso números indivisibles entre sí, que generen como resultado números decimales.

Problemas con números enteros

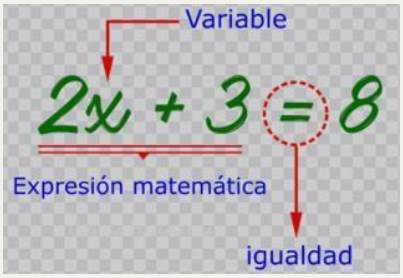
Podemos interpretar operaciones aritméticas de forma escrita, es por eso que al comienzo de estas mismas definimos las expresiones de las operaciones básicas:

- La suma como adición
- La resta como substracción o diferencia entre ciertos valores
- Multiplicación como producto o múltiplos (duplo, triple, etc.)
- División como cociente.

Ahora bien, para la interpretación de estas mismas, conviene ir analizando punto por punto la oración dada.

Lo primero que vamos a definir es el concepto de ecuación como "una igualdad donde por lo menos hay un número desconocido, llamado incógnita o variable, y que se cumple para determinado valor numérico de dicha incógnita."

Un ejemplo de este se muestra en la siguiente figura.



Problemas con números enteros

12

El objetivo de una ecuación, es plantear la idea del problema a resolver en una expresión matemática en la cual vamos a poder despejar las variables del problema para encontrar el valor de estas, mediante la igualdad. Habrá diversos métodos que se presentaran a continuación aunque estos no son únicos y habrá otros distintos que lleven al mismo resultado siempre que se trabajen de la manera adecuada.

- **1er parte**

La suma de dos números es 1,250 y su diferencia es 750. Hallar los números.

Lo primero que debemos hacer para resolver estos problemas es identificar cual o cuales serán nuestras incógnitas.

$$A \rightarrow número\ mayor$$

$$B \rightarrow número\ menor$$

Una vez identificado estas, nos disponemos a empezar a plantear las ecuaciones necesarias dado el contenido de nuestro problema.

La suma de dos numeros es 1,250 Su	$\rightarrow A + B = 1{,}250$
diferencia es 750	$\rightarrow A - B = 750$

Ahora sumaremos todo lo que hay del lado derecho de las ecuaciones, y por esa misma razón tendremos que hacerlo del lado izquierdo

$$A + B + A - B = 1{,}250 + 750$$

En este arreglo vemos que los valores del número menor se anulan entre si y por el contrario, el número mayor se va al doble. Del lado derecho se suman las cantidades.

$$2 \times A = 2{,}000$$

Debido a que la cantidad mostrada es el doble de nuestra incógnita, para saber cual es valor real tendremos que obtener la mitad de todo. A esto se le conoce como obtener la operación inversa para despejar toda la variable.

$$A = 2{,}000 \div 2 = 1{,}000$$

Problemas con números enteros

Problemas con números enteros.

Continuamos con la misma metodología.

- La diferencia de dos números es 150 y su cociente 4. Hallar los números.

Identificamos el sistema de ecuaciones que propone la oración del problema.

$$A - B = 150$$
$$A \div B = 4$$

Despejamos una variable, de cualquiera de las dos ecuaciones.

$$A = 4B$$

Sustituimos el valor que obtuvimos el despejar, recordando la finalidad de esto es, eliminar una variable y trabajar en función de una sola.

$$4B - B = 150$$

Resolviendo la ecuación, encontramos el valor de la primera variable (recordando la manera correcta de despejar) $3B = 150$

$$B = 150 \div 3$$
$$B = 50$$

Una vez encontrando el valor de una variable, puedo sustituir ese valor en cualquiera de las dos ecuaciones de mi sistema planteado al inicio.

$$A = 4 \times 50 = 200$$

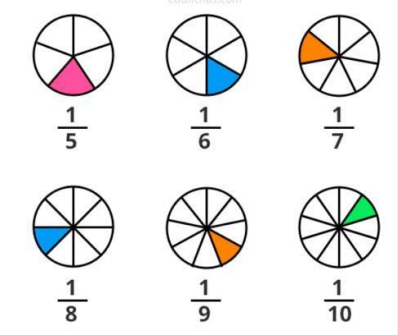
Problemas con números enteros

Operaciones básicas con fracciones

Suma y resta de fracciones con mismo denominador

En operaciones de fracciones, es recomendable realizar una analogía de una fracción, como un objeto partido en "x" número de partes (denominador), y sólo tomando algunas de estas partes (denominador).

Esto, se ejemplifica de una mejor manera en la siguiente imagen:



Con esta ejemplificación, podemos comprender de una mejor manera las operaciones con quebrados.

Teniendo la siguiente suma de quebrados.

En este tipo de operaciones, podemos darnos cuenta que: Las fracciones cuentan con el mismo denominador, por lo que únicamente operamos los numeradores y expresamos el resultado de ser necesario, en fracciones mixtas (parte entera y parte fraccionaria).

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{1+2}{3}=\frac{3}{3}=1$$

$$\frac{2}{9}+\frac{5}{9}+\frac{7}{9}=\frac{2+5+7}{9}=\frac{14}{9}=1\,\frac{5}{9}$$

$$\frac{1}{6}+\frac{7}{6}+\frac{11}{6}+\frac{13}{6}=\frac{1+7+11+13}{6}=\frac{32}{6}=\frac{16}{3}=5\,\frac{1}{3}$$

Suma y resta de fracciones con distinto denominador

Para operar los denominadores distintos, primero debemos reducir en su máxima expresión a cada una de las fracciones a operar, y después obtener el mínimo común múltiplo de los denominadores resultantes. Esto con la finalidad de obtener un mismo denominador para todas las fracciones a operar, y así únicamente operar los numeradores.

Una vez llegando a el resultado, se reduce a la mínima expresión posible (esto es sacando el mismo múltiplo tanto en denominador y numerador), y en caso de ser necesario, expresar en fracciones mixtas.

- $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=\frac{2(2)+1(5)}{6}=\frac{4+5}{6}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$
- $\frac{8}{26}+\frac{15}{39}=\frac{4}{13}+\frac{5}{13}=\frac{9}{13}$
- $\frac{2}{3}+\frac{5}{7}+\frac{2}{21}+\frac{4}{63}=\frac{21(2)+9(5)+3(2)+1(4)}{63}=\frac{42+45+6+4}{63}=\frac{97}{63}=1\frac{34}{63}$
- $\frac{2}{3}+\frac{5}{7}+\frac{2}{21}+\frac{4}{63}=\frac{21(2)+9(5)+3(2)+1(4)}{63}=\frac{42+45+6+4}{63}=\frac{97}{63}=1\frac{34}{63}$
- $\frac{11}{8}-\frac{7}{24}=\frac{3(11)-1(7)}{24}=\frac{33-7}{24}=\frac{26}{24}=\frac{13}{12}=1\frac{1}{12}$
- $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}-\frac{1}{12}=\frac{4(2)+2(5)-1(1)}{12}=\frac{8+10-1}{12}=\frac{17}{12}=1\frac{5}{12}$
- $\frac{6}{9}+\frac{15}{25}-\frac{8}{15}=\frac{2}{3}+\frac{3}{5}-\frac{8}{15}=\frac{5(2)+3(3)-1(8)}{15}=\frac{10+9-8}{15}=\frac{11}{15}$
- $\frac{5}{6}-\frac{1}{90}+\frac{4}{7}=\frac{105(5)-7(1)+90(4)}{630}=\frac{525-7+360}{630}=\frac{878}{630}=\frac{439}{315}=1\frac{124}{315}$

Suma y Resta de fracciones mixtas

Para sumar fracciones mixtas tenemos:

$$3\frac{1}{4}+5\frac{3}{4}$$

Sumamos primero los enteros y después las fracciones

$$3+5=8$$

$$\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=\frac{4}{4}=1$$

Por último, sumamos

$$8+1=9$$

- $9\frac{3}{5}+4\frac{1}{10}$

$$9+4=13$$

$$\frac{3}{5}+\frac{1}{10}=\frac{2(3)+1(1)}{10}=\frac{7}{10}$$

$$13+\frac{7}{10}=13\frac{7}{10}$$

- $12\frac{5}{6}+13\frac{7}{9}$

$$12+13=25$$

$$\frac{5}{6}+\frac{7}{9}=\frac{3(5)+2(7)}{18}=\frac{29}{18}=1\frac{11}{18}$$

$$25+1\frac{11}{18}=26\frac{11}{18}$$

- $3+\frac{3}{5}-\frac{1}{8}=\frac{3}{1}+\frac{3}{5}-\frac{1}{8}=\frac{40(3)+8(3)-5(1)}{40}=\frac{120+24-5}{40}=\frac{139}{40}=3\frac{19}{40}$

Multiplicación de fracciones.

- $9-5\frac{1}{6}+4\frac{1}{12}=\frac{9}{1}-\frac{31}{6}+\frac{49}{12}=\frac{12(9)-2(31)+1(49)}{12}=\frac{108-62+49}{12}=\frac{95}{12}=7\frac{11}{12}$

- $\frac{3}{8}+\frac{17}{16}+\frac{32}{6}-2\frac{3}{5}=\frac{3}{8}+\frac{17}{16}+\frac{16}{3}-\frac{13}{5}=\frac{30(3)+15(17)+80(16)-48(13)}{240}=\frac{90+255+1,280-624}{240}=\frac{1,001}{240}=4\frac{41}{240}$

Multiplicación de fracciones

A diferencia de las sumas y restas de fracciones, en la multiplicación no se necesita obtener ningún común denominador para poder resolverlo, solo se debe realizar la operación de multiplicación entre numeradores para obtener un numerador resultante, y lo mismo entre denominadores para obtener el mismo denominador resultante.

Para hacer más rápido el cálculo de esta fracción resultante, se pueden apoyar de la simplificación de cada uno de los números siempre y cuando se pueda realizar. En otras palabras, si se puede simplificar un número del numerador con algún otro del denominador se puede realizar antes de hacer la multiplicación.

- $\frac{4}{7}\times\frac{1}{16}=\frac{4\times1}{7\times16}=\frac{1\times1}{7\times4}=\frac{1}{28}$

- $\frac{8}{9}\times\frac{3}{4}=\frac{8\times3}{9\times4}=\frac{2\times1}{3\times1}=\frac{2}{3}$

- $\frac{14}{15}\times\frac{8}{35}\times\frac{45}{56}=\frac{14\times8\times45}{15\times35\times56}=\frac{2\times1\times3}{1\times5\times7}=\frac{6}{35}$

- $1\frac{2}{5}\times\frac{8}{21}\times5\frac{1}{2}=\frac{7}{5}\times\frac{8}{21}\times\frac{11}{2}=\frac{7\times8\times11}{5\times21\times2}=\frac{1\times4\times11}{5\times3\times1}=\frac{44}{15}=2\frac{14}{15}$

División de fracciones.

En la división al igual que en las multiplicaciones aplicaremos el producto, pero en este caso será de forma cruzada, así que, el primer numerador se multiplicará con el segundo denominador e ira al numerador resultante; por otro lado, el primer denominador se multiplicará con el segundo numerador y este terminará en el denominador resultante.

- $\frac{3}{8} \div \frac{1}{4} = \frac{3\times4}{8\times1} = \frac{3\times1}{2\times1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$
- $\frac{4}{7} \div \frac{16}{21} = \frac{4\times21}{7\times16} = \frac{1\times3}{1\times4} = \frac{3}{4}$
- $2\frac{2}{3} \div 3\frac{5}{9} = \frac{8}{3} \div \frac{32}{9} = \frac{8\times9}{3\times32} = \frac{1\times3}{1\times4} = \frac{3}{4}$

Otra diferencia de la suma y resta con la multiplicación y la división es el manejo de los números enteros, mientras en las primeras operaciones se pueden manejar por separado fracciones y enteros en estas ultimas operaciones se tiene que llevar a una fracción impropia.

- Tanto por ciento.
- 47
- El tema de tanto por ciento, es una regla de tres directa en el cual debemos fijarnos en los datos para saber como acomodarlos y realizar la operación.

- En el momento que nos pidan el hallar el porcentaje de una cantidad, lo haremos de la siguiente manera:
- Hallar el 5% de 840
- 840 → 100%
- x → 5%

- Así, las operaciones que debemos resolver serán
- $x = 5 \times 840 \div 100$
- $x = 4200 \div 100$
- $x = 42$

- Hallar el 4.2% de 1’200

- De igual manera será este problema
- 1’200 → 100%
- x → 4.2%

- Por lo tanto, tendremos lo siguiente
- $x = 4.2 \times 1'200 \div 100$
- $x = 5'040 \div 100$
- $x = 50.4$

- Tanto por ciento.
- 48
- Ahora buscaremos a que número corresponde el porcentaje que nos dan, se realizara de la siguiente manera:
- ¿De qué número es 72 el 36%?

- Ahora acomodaremos de la siguiente forma los datos
- 72 → 36%
- x → 100%

- La operación será
- x = 100 × 72 ÷ 36
- x = 7’200 ÷ 36
- x = 200

- ¿De qué número es 66 el 2.4%?

- Como debemos acomodar
- 66 → 2.4%
- x → 100%

- La operación será
- x = 100 × 66 ÷ 2.4
- x = 6’600 ÷ 2.4
- x = 2’750

- Otra cantidad que se pedirá hallar, es el porcentaje al que corresponden dos
- cantidades.
- ¿Qué % de 520 es 234?
- 520 → 100%
- 234 → x

- La operación será
- x = 234 × 100 ÷ 520
- x = 23’400 ÷ 520
- x = 45%

- Tanto por ciento.
- 49
- ¿Qué % de 42 es 10.5?
- 42 → 100%
- 10.5 → x

- La operación será
- x = 10.5 × 100 ÷ 42
- x = 1’050 ÷ 42
- x = 25%

- Nota: Habrá otras formas de calcular de forma mas directa estos mismos, pero en esencia son extensiones de este procedimiento.

Bibliografía

- **Aritmética. Aurelio Baldor.**